Calcolo 2 - Test 1 B	20 aprile 2006

1. Sia $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definita da $\mathbf{F}(x,y) := (y\sin(xy), \cos(x^2y))$. La matrice Jacobiana di $\mathbf{F}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & \sin(xy)+xy\cos(xy) \\ -2x\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & \sin(xy)+xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} y\cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$.

2. Il punto $(0,0)$, per la funzione $f(x,y) = x^4+4x^2y^2+4y^4$ è: $\boxed{a}$ Un punto di sella; $\boxed{b}$ Non si può dire; $\boxed{c}$ Un punto di minimo; $\boxed{d}$ Un punto di massimo.

3. La formula di Taylor, del secondo ordine, con centro in $(0,0)$ della funzione $g(x,y) = e^x\cos y$ è: $\boxed{a}$ $g(x,y) = 1+x+\frac{1}{2}(x^2+2xy-y^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{b}$ $g(x,y) = 1+y+\frac{1}{2}(y^2+2xy-x^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{c}$ $g(x,y) = 1+x+\frac{1}{2}(x^2-y^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{d}$ $g(x,y) = 1+y+\frac{1}{2}(y^2-x^2)+o(x^2+y^2)$.

4. Se A è una matrice quadrata di ordine n, quale delle seguenti affermazioni è sempre corretta? $\boxed{a}$ Se $\det(A) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$ ha sempre infinite soluzioni; $\boxed{b}$ Se $\det(A) = 0$ allora il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha sempre infinite soluzioni; $\boxed{c}$ Se $\det(A) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$ non ha soluzioni; $\boxed{d}$ Se $\det(A) \neq 0$ allora il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ non ha soluzioni.

5. La formula che dà la lunghezza dell'elica $\mathbf{r}(t) = t^2\cos t\mathbf{i} + t^2\sin t\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}$, $t \in [0,4\pi]$, è: $\boxed{a}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^2+4}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^4+4}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{2+t^2}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^4+4t^2+4}\,dt$.

6. La forma quadratica $Q(x,y,z) = x^2+y^2$ in $\mathbf{R}^3$ è: $\boxed{a}$ Indefinita; $\boxed{b}$ Nessuna delle altre risposte; $\boxed{c}$ Definita positiva ; $\boxed{d}$ Semidefinita positiva .

7. Per quali valori del parametro α il punto $(0,0)$ è un punto di minimo per la funzione $g(x,y) = (x+5y)(2x-\alpha y)$? $\boxed{a}$ Per nessun valore di α; $\boxed{b}$ $\alpha = -10$; $\boxed{c}$ $\alpha = 5$; $\boxed{d}$ $\alpha = 0$.

8. Sia $f(x,y,z) = xy+yz$ e $\mathbf{v} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$. Allora la derivata direzionale di f, in direzione $\mathbf{v}$, nel punto $(1,1,1)$ è: $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ $\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

9. Quale è la retta tangente, nel punto corrispondente a $t = 0$, alla curva di equazione
$$\mathbf{r}(t) = e^{2t}\mathbf{i} + (1+\sin t)\mathbf{j} + (t^3+2t)\mathbf{k}, \qquad t \in \mathbf{R}?$$
$\boxed{a}$ $\begin{cases} x = 2+2s \\ y = 2+s \\ z = 2+2s \end{cases}$; $\boxed{b}$ $\begin{cases} x = 2+2s \\ y = 1+s \\ z = 2s \end{cases}$; $\boxed{c}$ $\begin{cases} x = 1+2s \\ y = 1+s \\ z = 2s \end{cases}$; $\boxed{d}$ $\begin{cases} x = 2s \\ y = s \\ z = 2s \end{cases}$.

10. Per quali valori del parametro β il punto $(0,0,0)$ è un punto di minimo per la funzione $F(x,y,z) = 2x^2+\beta y^2+(\beta-1)z^2$? $\boxed{a}$ $\beta < 1$; $\boxed{b}$ $\beta \geq 0$; $\boxed{c}$ $\beta < 2$; $\boxed{d}$ $\beta \geq 1$.

Calcolo 2 - Test 1 B	20 aprile 2006

1. La forma quadratica $Q(x,y,z) = -x^2 - y^2$ in $\mathbf{R}^3$ è: $\boxed{a}$ Nessuna delle altre risposte; $\boxed{b}$ Definita negativa ; $\boxed{c}$ Semidefinita negativa ; $\boxed{d}$ Indefinita.

2. La formula di Taylor, del secondo ordine, con centro in $(0,0)$ della funzione $g(x,y) = e^y \cos x$ è: $\boxed{a}$ $g(x,y) = 1+y+\frac{1}{2}(y^2+2xy-x^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{b}$ $g(x,y) = 1+x+\frac{1}{2}(x^2-y^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{c}$ $g(x,y) = 1+y+\frac{1}{2}(y^2-x^2)+o(x^2+y^2)$; $\boxed{d}$ $g(x,y) = 1+x+\frac{1}{2}(x^2+2xy-y^2)+o(x^2+y^2)$.

3. Per quali valori del parametro α il punto $(0,0)$ è un punto di minimo per la funzione $g(x,y) = (x+4y)(2x-\alpha y)$? $\boxed{a}$ $\alpha = -8$; $\boxed{b}$ $\alpha = 4$; $\boxed{c}$ $\alpha = 0$; $\boxed{d}$ Per nessun valore di α.

4. Quale è la retta tangente, nel punto corrispondente a $t = 0$, alla curva di equazione

$$\mathbf{r}(t) = e^{3t}\mathbf{i} + (1+\sin t)\mathbf{j} + (t^3+3t)\mathbf{k}, \qquad t \in \mathbf{R}?$$

$$\boxed{a} \begin{cases} x = 3+3s \\ y = 1+s \\ z = 3s \end{cases}; \quad \boxed{b} \begin{cases} x = 1+3s \\ y = 1+s \\ z = 3s \end{cases}; \quad \boxed{c} \begin{cases} x = 3s \\ y = s \\ z = 3s \end{cases}; \quad \boxed{d} \begin{cases} x = 3+3s \\ y = 3+s \\ z = 3+3s \end{cases}.$$

5. Sia $\mathbf{G} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definita da $\mathbf{G}(x,y) := (y\sin(xy), \cos(x^2y))$. La matrice Jacobiana di $\mathbf{G}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & \sin(xy)+xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} y\cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} y^2\cos(xy), & \sin(xy)+xy\cos(xy) \\ -2x\sin(x^2y), & -x^2\sin(x^2y) \end{pmatrix}$.

6. Sia $f(x,y,z) = xy + yz$ e $\mathbf{v} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$. Allora la derivata direzionale di f, in direzione $\mathbf{v}$, nel punto $(1,1,1)$ è: $\boxed{a}$ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ 0.

7. Se B è una matrice quadrata di ordine n, quale delle seguenti affermazioni è sempre corretta? $\boxed{a}$ Se $\det(B) = 0$ allora il sistema $B\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha sempre infinite soluzioni; $\boxed{b}$ Se $\det(B) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ non ha soluzioni; $\boxed{c}$ Se $\det(B) \neq 0$ allora il sistema $B\mathbf{x} = \mathbf{0}$ non ha soluzioni; $\boxed{d}$ Se $\det(B) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ ha sempre infinite soluzioni.

8. Il punto $(0,0)$, per la funzione $f(x,y) = x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4$ è: $\boxed{a}$ Non si può dire; $\boxed{b}$ Un punto di minimo; $\boxed{c}$ Un punto di massimo; $\boxed{d}$ Un punto di sella.

9. Per quali valori del parametro β il punto $(0,0,0)$ è un punto di sella per la funzione $F(x,y,z) = 2x^2 + \beta y^2 + (\beta-1)z^2$? $\boxed{a}$ $\beta \geq 0$; $\boxed{b}$ $\beta < 2$; $\boxed{c}$ $\beta \geq 1$; $\boxed{d}$ $\beta < 1$.

10. La formula che dà la lunghezza dell'elica $\mathbf{r}(t) = t^2\cos t\mathbf{i} + t^2\sin t\mathbf{j} + 3t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$, è: $\boxed{a}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^4+9}\,dt$; $\boxed{b}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{3+t^2}\,dt$; $\boxed{c}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^4+4t^2+9}\,dt$; $\boxed{d}$ $\int_0^{4\pi}\sqrt{t^2+9}\,dt$.

Calcolo 2 - Test 1 B	20 aprile 2006

1. Sia $f(x,y,z) = xy + yz$ e $\mathbf{v} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$. Allora la derivata direzionale di f, in direzione $\mathbf{v}$, nel punto $(1,1,1)$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$.

2. Per quali valori del parametro α il punto $(0,0)$ è un punto di minimo per la funzione $g(x,y) = (x+3y)(2x-\alpha y)$? $\boxed{a}$ $\alpha = 3$; $\boxed{b}$ $\alpha = 0$; $\boxed{c}$ Per nessun valore di α; $\boxed{d}$ $\alpha = -6$.

3. Se C è una matrice quadrata di ordine n, quale delle seguenti affermazioni è sempre corretta? $\boxed{a}$ Se $\det(C) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $C\mathbf{x} = \mathbf{y}$ non ha soluzioni; $\boxed{b}$ Se $\det(C) \neq 0$ allora il sistema $C\mathbf{x} = \mathbf{0}$ non ha soluzioni; $\boxed{c}$ Se $\det(C) = 0$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{0}$ allora il sistema $C\mathbf{x} = \mathbf{y}$ ha sempre infinite soluzioni; $\boxed{d}$ Se $\det(C) = 0$ allora il sistema $C\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ha sempre infinite soluzioni.

4. Per quali valori del parametro β il punto $(0,0,0)$ è un punto di minimo per la funzione $F(x,y,z) = 2x^2 + \beta y^2 + (\beta - 1)z^2$? $\boxed{a}$ $\beta < 2$; $\boxed{b}$ $\beta \geq 1$; $\boxed{c}$ $\beta < 1$; $\boxed{d}$ $\beta \geq 0$.

5. La forma quadratica $Q(x,y,z) = x^2 + y^2$ in $\mathbf{R}^3$ è: $\boxed{a}$ Definita positiva ; $\boxed{b}$ Semidefinita positiva ; $\boxed{c}$ Indefinita; $\boxed{d}$ Nessuna delle altre risposte.

6. Il punto $(0,0)$, per la funzione $f(x,y) = x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4$ è: $\boxed{a}$ Un punto di minimo; $\boxed{b}$ Un punto di massimo; $\boxed{c}$ Un punto di sella; $\boxed{d}$ Non si può dire.

7. Quale è la retta tangente, nel punto corrispondente a $t = 0$, alla curva di equazione

$$\mathbf{r}(t) = e^{4t}\mathbf{i} + (1 + \sin t)\mathbf{j} + (t^3 + 4t)\mathbf{k}, \qquad t \in \mathbf{R}?$$

$$\boxed{a} \begin{cases} x = 1 + 4s \\ y = 1 + s \\ z = 4s \end{cases}; \quad \boxed{b} \begin{cases} x = 4s \\ y = s \\ z = 4s \end{cases}; \quad \boxed{c} \begin{cases} x = 4 + 4s \\ y = 4 + s \\ z = 4 + 4s \end{cases}; \quad \boxed{d} \begin{cases} x = 4 + 4s \\ y = 1 + s \\ z = 4s \end{cases}.$$

8. La formula di Taylor, del secondo ordine, con centro in $(0,0)$ della funzione $g(x,y) = e^x \cos y$ è: $\boxed{a}$ $g(x,y) = 1 + x + \frac{1}{2}(x^2 - y^2) + o(x^2 + y^2)$; $\boxed{b}$ $g(x,y) = 1 + y + \frac{1}{2}(y^2 - x^2) + o(x^2 + y^2)$; $\boxed{c}$ $g(x,y) = 1 + x + \frac{1}{2}(x^2 + 2xy - y^2) + o(x^2 + y^2)$; $\boxed{d}$ $g(x,y) = 1 + y + \frac{1}{2}(y^2 + 2xy - x^2) + o(x^2 + y^2)$.

9. La formula che dà la lunghezza dell'elica $\mathbf{r}(t) = t^2 \cos t\mathbf{i} + t^2 \sin t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$, è: $\boxed{a}$ $\int_0^{4\pi} \sqrt{4 + t^2}\, dt$; $\boxed{b}$ $\int_0^{4\pi} \sqrt{t^4 + 4t^2 + 16}\, dt$; $\boxed{c}$ $\int_0^{4\pi} \sqrt{t^2 + 16}\, dt$; $\boxed{d}$ $\int_0^{4\pi} \sqrt{t^4 + 16}\, dt$.

10. Sia $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ definita da $\mathbf{F}(x,y) := (y \sin(xy), \cos(x^2 y))$. La matrice Jacobiana di $\mathbf{F}$ è: $\boxed{a}$ $\begin{pmatrix} y^2 \cos(xy), & \sin(xy) + xy\cos(xy) \\ -2xy \sin(x^2y), & -x^2 \sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{b}$ $\begin{pmatrix} y \cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy \sin(x^2y), & -x^2 \sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{c}$ $\begin{pmatrix} y^2 \cos(xy), & \sin(xy) + xy\cos(xy) \\ -2x \sin(x^2y), & -x^2 \sin(x^2y) \end{pmatrix}$; $\boxed{d}$ $\begin{pmatrix} y^2 \cos(xy), & xy\cos(xy) \\ -2xy \sin(x^2y), & x^2 \sin(x^2y) \end{pmatrix}$.