Corso di Laurea in Ingegneria Industriale
Corso di Analisi Matematica 2 e Meccanica Razionale
Lezioni del modulo di Meccanica razionale tenute da Stefano Siboni, a.a. 2010/2011

Argomenti del corso
Vettori di R^3 , terne di riferimento cartesiane, vettori applicati.
Geometria delle masse (baricentri, momenti e matrici d'inerzia).
Cinematica, dinamica e statica del punto materiale libero e vincolato.
Lavoro ed energia.
Sistemi di punti materiali liberi, equazioni cardinali della dinamica e della statica.
Cinematica, dinamica e statica dei sistemi rigidi.
Cinematica, dinamica e statica dei sistemi vincolati (olonomi).
Stabilità degli equilibri

Orario di ricevimento: martedì h. 16:30 - 18:30 mercoledì h. 16:30 - 18:30

Testi consigliati
- di teoria:
P. Biscari, T. Ruggeri, G. Saccomandi, M. Vianello, Meccanica razionale per l'ingegneria, Monduzzi Editore, Bologna
G. Grioli, Lezioni di meccanica razionale, Ed. Cortina, Padova
S. Siboni, Nozioni introduttive, punti materiali, sistemi di punti materiali liberi, Dispensa del corso
S. Siboni, Sistemi rigidi, Dispensa del corso
S. Siboni, Sistemi olonomi, Dispensa per i corsi di Meccanica Razionale
S. Siboni, Stabilità e piccole oscillazioni, Dispensa per i corsi di Meccanica Razionale
- di esercizi:
T. Ruggeri, A. Muracchini, L. Seccia, Laboratorio di meccanica razionale : esercizi e temi d'esame, Ed. Esculapio, Bologna
S. Siboni, Prove d'esame svolte di meccanica razionale, Dispensa del corso
F. Bampi, M. Benati, A. Morro, Problemi di meccanica razionale, E.C.I.G., Genova

Le dispense sono disponibili in copisteria e alla pagina web http://www.ing.unitn.it/˜siboni/

Modalità di esame:
Prova scritta:
consiste nello svolgimento di esercizi;
è consentita la consultazione di libri e dispense di teoria del corso;
è anche permesso l'uso di una tabella di matrici d'inerzia notevoli fornita come dispensa del corso;
non è consentito l'uso di appunti, dispense di esercizi, eserciziari.
Prova orale:
consiste nel rispondere per iscritto a 2 quesiti di teoria (non esercizi) su argomenti del corso, con successiva discussione orale delle risposte fornite

Prova in itinere: gio 23.12.2010 ore 13:30 aula A106 (da confermare l'aula).
E' sostitutiva della prova scritta e, se superata, consente di accedere direttamente alla prova orale per la sessione invernale 2010-2011.

lun 08.11.2010 (3 ore) 10:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3
0. PRESENTAZIONE GENERALE DEL CORSO

1. NOZIONI FONDAMENTALI
1.1 Algebra dei vettori di R^3
L'insieme E^3 dei punti dello spazio fisico nella geometria elementare.
Vettori di R^3 come classi di equivalenza di segmenti di retta orientati.
Modulo di un vettore, vettori unitari o versori.
Somma vettoriale (regola del parallelogramma), vettore nullo, vettore opposto, differenza fra vettori.
Prodotto di un vettore per uno scalare,
relazione con l'opposto di un vettore,
proprietà formali che permettono di riconoscere in R^3 la struttura di spazio vettoriale,
combinazioni lineari di vettori,
sistemi di 1,2,3 vettori linearmente dipendenti ed indipendenti, dimensione dello spazio e basi di vettori (sistemi di vettori non complanari), componenti, notazioni relative ($\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$ per i vettori di base e x_1, x_2, x_3 per le componenti).
Prodotto scalare (richiamo della definizione),
relazione fra modulo e prodotto scalare,
vettori ortogonali, basi ortonormali di versori (con introduzione del simbolo di Kronecker),
basi ortonormali destre (o levogire o sinistrorse) e sinistre (o destrorse).
Prodotto vettoriale (richiamo della definizione).
Prodotto misto (definizione e significato geometrico, criterio di indipendenza lineare di tre vettori).
Proprietà fondamentali delle operazioni sui vettori (richiamo, senza dimostrazioni);
calcolo per componenti delle operazioni vettoriali (somma, prodotto per uno scalare, prodotto scalare, prodotto vettore, rilevanza della ortogonalità e della parità destra).

Identità vettoriali notevoli:
identità del prodotto misto, espressione del prodotto misto come determinante rispetto alle terne ortogonali destre;
identità fondamentale del doppio prodotto vettoriale.

Vettori spostamento fra punti assegnati A e B in E^3: notazione B-A e utilità di questa nel calcolo formale di vettori opposti e somme vettoriali.

Esercizi vari sull'algebra vettoriale in R^3 (verifica della lineare dipendenza/indipendenza di 2 o 3 vettori mediante il prodotto vettore ed il prodotto misto, calcolo di aree di parallelogrammi e di triangoli in termini di prodotti vettoriali dei lati).

mar 09.11.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
1.2 Terne di riferimento cartesiane in R^3
Terne di riferimento cartesiane nello spazio:
origine, spazio vettoriale associato dei vettori posizione;
il riferimento cartesiano come coppia origine/base dello spazio vettoriale associato;
assi del riferimento cartesiano e relative notazioni;
terne di riferimento cartesiane ortogonali, terne destre e sinistre;
componenti di un vettore rispetto ad una terna cartesiana ortogonale (sono riferite alla base associata, per definizione);
vettore posizione e coordinate di un punto rispetto ad una terna di riferimento cartesiana.

Cambiamento della terna di riferimento:
matrice dei coseni direttori e sua interpretazione geometrica,
relazione fra le coordinate di un punto P rispetto alla terna fissa e rispetto alla terna mobile (trasformazione di coordinate fra la terna fissa e quella mobile),

forma matriciale equivalente della trasformazione di coordinate;
nozione di ortogonalità della matrice dei coseni direttori e sue conseguenze ($A^{-1}=A^T$);
valutazione euristica del numero di parametri liberi nella matrice dei coseni direttori
Esempio notevole: caso di due terne con origini ed una coppia di assi omonimi coincidenti, ruotate arbitrariamente l'una rispetto all'altra: espressione dei versori della terna fissa in termini di quelli della terna mobile e calcolo esplicito della matrice dei coseni direttori; verifica diretta della proprietà di ortogonalità.

1.3 Elementi di teoria dei vettori applicati di R^3:
Vettori applicati e sistemi di vettori applicati, risultante e momento risultante in un polo assegnato di un sistema di vettori applicati.
Formula di cambiamento del polo per il momento risultante. Caso di risultante nullo. Coppia.
Momento risultante di un sistema di vettori applicati rispetto ad un asse (momento assiale).
Asse centrale di un sistema di vettori applicati di risultante non nullo.

gio 11.11.2010 (3 ore) 13:30-16:30 A106 Registrato su ESSE
Centro di un sistema di vettori applicati paralleli di risultante non nullo.
Caso delle forze peso: baricentro.

2. GEOMETRIA DELLE MASSE
2.1 SISTEMI MATERIALI
Punto materiale.
Sistemi di punti materiali.
Sistemi continui (curve e superfici materiali).

2.2 BARICENTRI
Definizione di baricentro per un sistema di punti materiali.
Definizione di baricentro per i sistemi continui (curve e superfici materiali):
curva materiale, elemento infinitesimo di lunghezza, densità lineare di massa, elemento infinitesimo di massa, massa e baricentro della curva materiale;
superficie materiale, elemento infinitesimo di area, densità areale di massa, elemento infinitesimo di massa, massa e baricentro della superficie materiale,
caso particolare delle superfici piane ubicate nel piano coordinato Oxy;
cenno ai solidi materiali, elemento infinitesimo di volume, densità volumica, elemento infinitesimo di massa, massa e baricentro del solido materiale.

Proprietà del baricentro di un sistema di punti materiali.
(1) Proprietà distributiva (con dimostrazione ed esempi illustrativi)
(2) Proprietà dell'inviluppo convesso (verifica che se l'insieme di punti materiali è contenuto in un semispazio, anche il baricentro appartiene allo stesso semispazio; definizione di inviluppo convesso di un insieme, proprietà di convessità ed esempi, dimostrazione che il baricentro di un sistema di punti materiali appartiene sempre all'inviluppo convesso dello stesso insieme, quali che siano i valori delle masse);

ven 12.11.2010 (0 ore) Da non registrare su ESSE3
Lezione non svolta per missione a Milano (partecipazione a riunione annuale CISIA, relativa ai test di ingresso a.a. 2010/2011 di ingegneria ed architettura).

lun 15.11.2010 (1 ora) 10:30-11:30 A104 Registrato su ESSE3
(3) Proprietà legate alle simmetrie:
definizione di centro, asse e piano di simmetria di un sistema di punti materiali e prova che il baricentro si colloca sul corrispondente elemento di simmetria;

definizione di piano diametrale coniugato alla direzione di una retta data, prova che esso contiene il baricentro del sistema.

Estensione delle proprietà precedenti ai sistemi continui (senza dimostrazione):
ininfluenza delle intersezioni di misura nulla (segmenti e punti) fra le parti di un sistema continuo nell'applicazione del teorema distributivo;
struttura dell'inviluppo convesso nel caso di insiemi continui (non identificabile con poligoni o poliedri, esempi notevoli di figure piane convesse e non convesse);
confronto delle densità nei punti simmetrici per il riconoscimento degli elementi di simmetria (centri, assi, piani), problemi nell'applicare lo stesso criterio fra i punti coniugati per il riconoscimento dei piani diametrali (criterio valido per i solidi e le superfici materiali piane, ma non per le superfici generiche e per le curve materiali), esempi notevoli della lamina triangolare omogenea e del telaio triangolare omogeneo.

lun 15.11.2010 (1 ora) 11:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
Lezione svolta da Stefano Siboni.
Esercizi sul calcolo del baricentro di sistemi costituiti da un'asta e da una piastra, facendo uso degli elementi di simmetria, del teorema distributivo e della proprietà dell'inviluppo convesso.

lun 15.11.2010 (1 ora) 12:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3
2.3 OPERATORE E MATRICE D'INERZIA
Definizione formale dell'operatore d'inerzia, in un punto **O** di un sistema di punti materiali.
Definizione di momento d'inerzia di un sistema rispetto ad un asse dato.
Espressione del momento d'inerzia di un sistema rispetto ad un asse in termini dell'operatore d'inerzia in un punto dello stesso asse (per mezzo del versore **n** associato a tale asse).
Proprietà dell'operatore d'inerzia in **O**, $\mathbf{L_O}$:
- linearità (enunciato),
- simmetria (enunciato),
- positività (enunciato),
- additività (enunciato).

Prova formale delle proprietà dell'operatore d'inerzia.

mar 16.11.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
Conseguenze della linearità:
- matrice d'inerzia $[\mathbf{L_O}]$ come matrice rappresentativa dell'operatore d'inerzia in **O** rispetto ad una base ortonormale $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, $\mathbf{e_3}$, ovvero rispetto alla terna cartesiana ortogonale $\mathbf{Oe_1e_2e_3}$ o $\mathbf{Ox_1x_2x_3}$;
- espressione degli elementi della matrice come prodotto scalare --- $L_{\alpha\beta} = \mathbf{e}_\alpha \,.\, \mathbf{L_O}(\mathbf{e}_\beta)$;
- forma matriciale della relazione lineare fra un generico vettore **u** e la sua immagine $\mathbf{L_O}(\mathbf{u})$ attraverso l'operatore d'inerzia $\mathbf{L_O}$, rispetto alla base assegnata;
- forma matriciale della relazione per il momento d'inerzia rispetto ad un asse **On**.

Conseguenze della simmetria e della positività:
- simmetria della matrice d'inerzia $[\mathbf{L_O}]$;
- forma esplicita degli elementi di $[\mathbf{L_O}]$ per un sistema di punti materiali, momenti e prodotti d'inerzia, interpretazione geometrica e discussione dei segni degli elementi di matrice, estensione delle definizioni al caso continuo (curve e superfici materiali);
- carattere reale di tutti gli autovalori di $\mathbf{L_O}$ (solo enunciato) e loro segno positivo dovuto alla positività (con richiamo della definizione di autovalore e autovettore e delle relative procedure di calcolo, definizione di equazione caratteristica);
- esistenza di una base ortonormale di autovettori (solo enunciato);

- forma diagonale della matrice d'inerzia rispetto ad una base ortonormale di autovettori.

Nozione di asse, piano e terna principale d'inerzia rispetto ad **O**; momenti principali d'inerzia.
Nozione di asse, piano e terna centrale d'inerzia; momenti centrali d'inerzia.
Individuazione delle terne principali d'inerzia mediante la soluzione del problema agli autovalori.
Individuazione di assi e piani principali (o centrali) d'inerzia per mezzo delle proprietà di simmetria (asse e piano di simmetria).
Forma assunta dalla matrice d'inerzia di una lamina rigida piana, con piano di giacitura π, rispetto ad una terna **Oxyz** il cui piano coordinato **Oxy** si identifichi con π.

gio 18.11.2010 (3 ore) 13:30-16:30 A106 Da non registrare su ESSE3
Lezione svolta da Alberto Meroni.
Esercizi sui baricentri di curve e superfici materiali.
Esercizi vari su matrici e momenti d'inerzia. In particolare:
calcolo della matrice di una piastra rettangolare con manico, di una piastra quadrata con manico, di una piastra a settore circolare. Applicazioni della matrice d'inerzia al calcolo dei momenti d'inerzia relativi ad assi concorrenti o paralleli.

ven 19.11.2010 (2 ore) 10:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
Teorema di Huygens-Steiner generalizzato: dimostrazione e applicazioni:
(1) determinazione della matrice d'inerzia rispetto ad una terna Oxyz, nota che sia la matrice d'inerzia rispetto ad una terna O'xyz ottenibile da quella per semplice traslazione;
(2) teorema di Huygens-Steiner classico e applicazioni;
(3) costruzione di terne principali d'inerzia mediante traslazione lungo gli assi di una terna centrale d'inerzia.

3. CINEMATICA DEL PUNTO

Nozione di moto di un punto (rispetto ad un riferimento assegnato), traiettoria, rappresentazione del moto rispetto ad una terna cartesiana ortogonale,
moti regolari (ossia di classe C^2),
velocità media e istantanea di un moto,
accelerazione media e istantanea di un moto,
interpretazione meccanica della condizione di regolarità del moto (esistenza e continuità di velocità e accelerazioni istantanee nell'intero intervallo di definizione del moto).

4. MOTI RELATIVI

Moto relativo di due terne ortogonali (destre): terna fissa, terna mobile, funzioni atte a specificare il moto della terna mobile rispetto a quella fissa, spazio solidale alla terna fissa (spazio fisso) e spazio solidale alla terna mobile; moto di trascinamento e sua descrizione matematica (origine e versori della terna mobile, ovvero coseni direttori, assegnati come funzioni del tempo).
Teorema dei moti relativi, velocità assoluta, velocità relativa, velocità di trascinamento.
Teorema di Coriolis, accelerazione assoluta, accelerazione relativa, di trascinamento e complementare (o di Coriolis).
Teorema di Poisson e definizione del vettore velocità angolare istantanea (per il moto di trascinamento della terna mobile rispetto alla terna fissa).
Calcolo del vettore velocità angolare istantanea per il moto di trascinamento di una terna mobile in moto rotatorio attorno ad un asse coordinato della terna fissa: relazione notevole e convenzione sinistrorsa sull'orientamento relativo di asse e angolo di rotazione.
Espressione della velocità di trascinamento, dell'accelerazione di trascinamento e dell'accelerazione di Coriolis in termini del vettore velocità angolare istantanea della terna mobile rispetto a quella fissa.

Derivata assoluta e relativa di un vettore variabile nel tempo; relazione fondamentale fra le due derivate.

lun 22.11.2010 (3 ore) 10:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3

5. DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE LIBERO

Primo principio della dinamica e sistemi di riferimento inerziali (o galileiani);
secondo principio della dinamica;
assunto sulla forma funzionale della forza attiva agente su un punto materiale $\mathbf{F}(t,\mathbf{P},\mathbf{V})$,
esempi notevoli di forze che soddisfano la condizione (forza peso, gravitazione universale, forze elastiche, di resistenza viscosa, di resistenza idraulica, elettromagnetiche);
osservazioni sulla non ovvietà dell'assunto (forze "ritardate" relative all'interazione elettromagnetica fra particelle cariche, forze dipendenti da derivate di ordine superiore al primo, esempio della forza di LAD, dipendente dalla derivata terza del moto, o "jerk");
equazione del moto come equazione differenziale del secondo ordine riconducibile alla forma normale;
forma normale equivalente del primo ordine delle equazioni del moto;
equazione o sistema di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale nel caso generale (riduzione al primo ordine, problema di riduzione alla forma normale), definizione di soluzione;
problema di Cauchy e condizioni iniziali;
teorema di esistenza ed unicità della soluzione del problema di Cauchy per ogni dato iniziale (secondo membro di classe C^1, per semplicità), soluzioni prolungabili, prolungamenti, soluzioni massimali (o complete), unicità intesa in relazione alle soluzioni massimali;
osservazione sulle ostruzioni che impediscono la definizione di soluzioni massimali sull'intero asse dei tempi (cenno al teorema di prolungabilità).
Conseguenze sulla assegnazione delle condizioni iniziali nel caso di un punto materiale libero, determinismo della meccanica del punto materiale libero.

Esempio notevole di moto del punto materiale libero: l'oscillatore armonico smorzato;
descrizione del sistema meccanico, forza elastica, resistenza viscosa, proiezione lungo gli assi delle equazioni del moto, soluzione generale nei tre regimi (aperiodico, critico, oscillatorio smorzato).

6. STATICA DEL PUNTO MATERIALE LIBERO

definizione di quiete in una posizione o configurazione $\mathbf{P}_0$ del punto materiale;
definizione di equilibrio (o posizione di equilibrio, o configurazione di equilibrio) per un punto materiale libero;
caratterizzazione delle posizioni di equilibrio per un punto materiale libero in termini della funzione forza [$\mathbf{F}(t,\mathbf{P}_0,\mathbf{0})=0$ per ogni t reale];
ruolo del teorema di esistenza ed unicità della soluzione massimale del problema di Cauchy nel verificare che l'unico moto corrispondente alla condizione iniziale $(\mathbf{P}(t_0),\mathbf{V}(t_0))=(\mathbf{P}_0,\mathbf{0})$ è la quiete in $\mathbf{P}_0$.

mar 23.11.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3

7. DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE VINCOLATO

Definizione generale di vincolo per un punto materiale (unilaterale e bilaterale), con esempi notevoli;
postulato delle reazioni vincolari, forze attive e forze di reazione vincolare.
Determinazione a posteriori delle reazioni vincolari per un moto assegnato.
Forze di attrito radente (come componenti tangenziali ai vincoli delle reazioni vincolari), vincoli lisci (o privi di attrito).

7.1 Dinamica del punto materiale vincolato ad una curva fissa e liscia.
Curve regolari, parametrizzazione, derivata prima come vettore tangente, versore tangente, rettificabilità e ascissa curvilinea, proprietà dell'ascissa curvilinea, proprietà della parametrizzazione qualora si assuma un'ascissa curvilinea come parametro, versore tangente;
curvatura, raggio di curvatura e versore normale in un punto di una curva biregolare;
cinematica di un punto vincolato a rimanere su una curva biregolare, espressione della velocità istantanea, espressione dell'accelerazione istantanea come somma di un termine tangenziale e di uno centripeto (normale);
equazione della dinamica e derivazione dell'equazione pura del moto per la legge oraria s(t) nell'ipotesi di vincolo liscio (privo di attrito radente), riduzione a forma normale, individuazione delle condizioni iniziali, esistenza e unicità della soluzione per il problema di Cauchy;
calcolo a posteriori delle reazioni vincolari per un moto del sistema, cimenti dinamici e loro interpretazione meccanica;
osservazione sulla non necessità della condizione di biregolarità nella determinazione di una equazione pura del moto (la sola regolarità e l'appartenenza alla classe C^2 sono sufficienti).
Esempio notevole: il pendolo semplice (definito come punto materiale vincolato ad una circonferenza fissa e liscia disposta in un piano verticale): parametrizzazione, calcolo dell'ascissa curvilinea, riparametrizzazione in termini dell'ascissa curvilinea, versore tangente, versore normale, raggio di curvatura, equazione pura del moto.

7.2 Dinamica del punto materiale vincolato ad una superficie fissa e liscia:
nozione di superficie regolare e sua interpretazione geometrica;
espressione della velocità e dell'accelerazione istantanea per un punto materiale vincolato a restare su una superficie regolare fissa,
equazione della dinamica e determinazione di un sistema di due equazioni pure del moto nell'ipotesi che il vincolo sia liscio (privo di attrito);
prova della riducibilità a forma normale del sistema del secondo ordine così ottenuto, facendo ricorso alla condizione di regolarità.

gio 25.11.2010 (3 ore) 13:30-16:30 A106 Da non registrare su ESSE3
Lezione svolta da Alberto Meroni.
Esercizi di applicazione del teorema di Huygens-Steiner generalizzato.
Esercizi sull'oscillatore armonico smorzato (regime di moto, problema di Cauchy).
Esercizi sulla determinazione delle equazioni del moto e degli equilibri per il punto materiale vincolato a restare su una curva o su una superficie fissa e liscia. Esercizi sulla statica del punto materiale vincolato a una curva o superficie con attrito.

ven 26.11.2010 (2 ore) 10:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
8. STATICA DEL PUNTO MATERIALE VINCOLATO
Nozione generale di moto possibile del punto vincolato.
Nozione generale di moto naturale del punto vincolato.
Statica del punto materiale vincolato ad una curva fissa e liscia, definizione di equilibrio e condizione perché una posizione del sistema sia un equilibrio, identificazione delle posizioni di equilibrio con le soluzioni statiche delle equazioni pure del moto.
Statica del punto materiale vincolato ad una superficie fissa e liscia, definizione di equilibrio e condizione perché una posizione del sistema sia un equilibrio, identificazione delle posizioni di equilibrio con le soluzioni statiche delle equazioni pure del moto.

9. PUNTO MATERIALE VINCOLATO IN PRESENZA DI ATTRITO
Punto materiale vincolato ad una curva o superficie con attrito:
legge di Coulomb-Morin dell'attrito radente statico come caratterizzante le reazioni vincolari esplicabili dai vincoli in condizioni statiche,
coefficiente di attrito radente statico e sue proprietà;

legge di Coulomb-Morin dell'attrito radente dinamico come caratterizzante le reazioni vincolari esplicabili dai vincoli in condizioni dinamiche,
coefficiente di attrito radente dinamico e sue proprietà, relazione con il coefficiente di attrito radente statico;
definizione di equilibrio;
caratterizzazione delle configurazioni di equilibrio.
Caratterizzazione dell'equilibrio di un punto materiale pesante vincolato a scorrere su una curva piana grafico di una funzione assegnata e avente coefficiente di attrito μ_s. Caso particolare del piano inclinato.

10. DINAMICA E STATICA RELATIVA
Carattere relativo della descrizione dinamica e statica del punto materiale libero o vincolato:
estensione del secondo principio alle terne non inerziali, forze fittizie o d'inerzia;
ruolo delle forze d'inerzia nella dinamica e statica relative a terne di riferimento non inerziali;
ininfluenza della forza di Coriolis (nulla a velocità nulla) sulla caratterizzazione degli equilibri relativi;
la forza centrifuga come forma particolare assunta dalla forza di trascinamento nel caso di una terna mobile la cui origine coincida con quella della terna fissa inerziale e il cui moto di trascinamento sia rotatorio uniforme (cioè con velocità angolare di trascinamento costante).

lun 29.11.2010 (3 ore) 10:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3
Test di rilevazione della qualità della didattica.

11. LAVORO ED ENERGIA
Teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive) per un punto materiale libero (in forma differenziale).
Teorema dell'energia cinetica in forma integrale,
campi di forze posizionali, integrale del lavoro, lavoro elementare,
campo di forze posizionali e conservative, funzione potenziale, lavoro elementare come differenziale esatto (del potenziale).
Teorema dell'energia cinetica (in forma differenziale) nel caso di sollecitazioni puramente posizionali e conservative,
integrale primo dell'energia meccanica per un punto materiale libero.
Esempi di forze posizionali e conservative con calcolo delle relative funzioni potenziale:
forza peso, forza elastica, forza centrifuga.
Campi di forze irrotazionali;
prova che un campo di forze C^1 posizionale conservativo è sempre irrotazionale;
esempio di campo irrotazionale non conservativo su un dominio non semplicemente connesso;
teorema di caratterizzazione dei campi C^1 posizionali conservativi come campi irrotazionali nel caso che il dominio di definizione del campo sia convesso, stellato rispetto ad un suo punto, o semplicemente connesso.
Esempio di calcolo del potenziale per un campo posizionale nel piano.

Caso del punto materiale vincolato ad un vincolo fisso e liscio: ininfluenza delle reazioni vincolari, conservazione dell'energia nel caso di un punto materiale soggetto ad un campo di forze posizionali e vincolato ad una curva/superficie fissa e liscia (discussione dell'esistenza del potenziale).

12. INTEGRALI PRIMI
Integrali primi: definizione generale di integrale primo per una equazione differenziale del primo ordine in forma normale.

Teorema di caratterizzazione degli integrali primi C^1 in termini della derivata lungo le soluzioni dell'equazione differenziale.

Verifica che per un punto materiale libero soggetto a forze posizionali e conservative l'energia meccanica è un integrale primo, mediante il teorema di caratterizzazione degli integrali primi.
Ulteriore esempio di individuazione di un integrale primo mediante il teorema di caratterizzazione.

13. SISTEMI DI PUNTI MATERIALI LIBERI
Sistema di punti materiali liberi: nozione, configurazione, moto, moto regolare, atto di moto, equazioni differenziali del moto, condizioni iniziali, esistenza e unicità delle soluzioni per il problema di Cauchy, determinismo della meccanica.
Statica di un sistema di punti materiali liberi: quiete in una configurazione, configurazione di equilibrio, caratterizzazione dell'equilibrio.

mar 30.11.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
13.1 Equazioni cardinali della dinamica e della statica
Massa, baricentro, quantità di moto (o impulso), momento angolare (o momento della quantità di moto) rispetto ad un polo **O**, energia cinetica di un sistema di punti materiali;
osservazione sull'invarianza della massa (indipendenza dalla scelta del sistema di riferimento),
osservazione sul fatto che quantità di moto, momento angolare in **O** ed energia cinetica sono grandezze relative (dipendenza dalla scelta del sistema di riferimento).
Sollecitazioni interne ed esterne ad un sistema, richiamo sul terzo principio della dinamica.
Equazione cardinale della quantità di moto, forma alternativa facendo uso della nozione di baricentro di un sistema di punti materiali.
Equazione cardinale del momento angolare e casi particolari.
Relazione fra le soluzioni delle equazioni del moto e le soluzioni delle equazioni cardinali della dinamica.
Condizioni necessarie per l'equilibrio di un sistema di punti materiali: le equazioni cardinali della statica (prima e seconda).
Teorema dell'energia cinetica (in forma differenziale), con sottolineatura del fatto che la potenza delle sollecitazioni interne risulta in generale diversa da zero; annullarsi della potenza delle forze interne nel caso dei moti rigidi.
Sistemi isolati (sistemi su cui non siano applicate sollecitazioni esterne), conservazione della quantità di moto e conservazione del momento angolare rispetto ad un punto fisso arbitrario (o rispetto al baricentro). Impossibilità di trarre conclusioni circa la conservazione o meno dell'energia cinetica, caso dei moti rigidi.

14. TEOREMI DI KOENIG
Moto traslatorio di una terna mobile rispetto ad una terna fissa, caratterizzazioni alternative (direzioni degli assi costanti nel tempo, versori di base costanti nel tempo, derivate dei versori di base costantemente nulli nel tempo, vettore velocità angolare istantanea costantemente nulla nel tempo).
Moto di un sistema attorno ad un punto O arbitrario;
moto di un sistema attorno al suo baricentro, terne baricentrali.
Il teorema dei moti relativi nel caso che la terna mobile sia in moto traslatorio rispetto alla terna fissa; teorema di Koenig per l'energia cinetica, in forma generale e nel caso del moto attorno al baricentro.
Teorema di Koenig per il momento angolare.

gio 02.12.2010 (1 ora) 13:30-14:30 A106 Registrato su ESSE3
15. MOTI RIGIDI
Definizione generale di moto rigido di un sistema di punti.
Spazio solidale S ad un sistema in moto rigido S.

Isometria indotta in E3 dal moto dello spazio solidale, e sue caratteristiche (l'isometria mappa rette in rette, triangoli in triangoli congruenti, rette incidenti in rette incidenti con lo stesso angolo di incidenza, terne cartesiane ortogonali in terne cartesiane ortogonali).
Terna di riferimento solidale ad un sistema in moto rigido.
Moto rigido rappresentato come moto di trascinamento della terna solidale,
carattere rigido di tutti i moti di trascinamento.
Velocità angolare istantanea di un sistema in moto rigido come velocità angolare di trascinamento di una sua qualsiasi terna solidale.
Teorema di distribuzione delle velocità in un moto rigido arbitrario (di Poisson).
Nozione di atto di moto rigido. Relazione fra moto rigido e atto di moto rigido.

Moti rigidi composti:
definizione,
teorema di composizione delle velocità,
teorema di composizione delle velocità angolari.

gio 02.12.2010 (2 ore) 14:30-16:30 A106 Da non registrare su ESSE3
Lezione svolta da Alberto Meroni.
Esercizio per il calcolo delle energie cinetiche di sistemi rigidi variamente vincolati, facendo uso dell'operatore d'inerzia e del teorema di Koenig.

ven 03.12.2010 (2 ore) 10:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
15.1 Moti rigidi notevoli
(1) Moti traslatori:
definizione generale;
caratterizzazione in termini dei versori associati ad una terna solidale (costanti in t);
caratterizzazione in termini del vettore velocità angolare istantanea del moto rigido (costantemente nulla in t);
caratterizzazione in termini della velocità istantanea dei punti partecipi del moto rigido (indipendente dal punto e dipendente soltanto dall'istante t);
forma dell'atto di moto traslatorio;
caso particolare del moto traslatorio rettilineo;
caso particolare del moto traslatorio rettilineo ed uniforme.
(2) Moti con asse fisso (o rotatori):
definizione;
verifica che tutti i punti partecipi di un moto con asse fisso si muovono su circonferenze fissate giacenti su un piano ortogonale all'asse fisso e con centro dato dalla proiezione ortogonale del punto dato sull'asse fisso stesso;
forma particolare assunta dall'atto di moto (atto di moto rotatorio),
prova che il vettore velocità angolare istantanea è parallelo all'asse fisso;
scelta standard della terna fissa e della terna solidale, con calcolo del vettore velocità angolare istantanea secondo la convenzione della mano destra (richiamo del risultato).
Moti rotatori uniformi e loro caratterizzazione in termini di velocità angolare costante.
(3) Moti elicoidali:
definizione;
verifica che i punti partecipi di un moto elicoidale si muovono su traiettorie aventi la forma di eliche cilindriche;
carattere in generale non uniforme del moto dei punti partecipi del moto elicoidale;
condizione necessaria e sufficiente per l'uniformità del moto predetto e definizione di moto elicoidale uniforme;
atto di moto elicoidale.

15.2 Teorema di Mozzi
Enunciato del teorema di Mozzi;

forma dell'atto di moto rigido nel caso che il vettore velocità angolare istantanea sia nullo, atto di moto traslatorio come caso limite di atto di moto elicoidale;
determinazione del luogo dei punti dello spazio solidale la cui velocità istantanea è parallela al vettore velocità angolare istantanea (non nullo), riduzione al problema equivalente della individuazione dell'asse centrale in un sistema di vettori applicati a risultante non nullo;
definizione di asse istantaneo di moto (o di Mozzi);
caso in cui la velocità dei punti dell'asse di Mozzi risulta nulla: asse istantaneo di rotazione, atto di moto rotatorio come caso limite di atto di moto elicoidale;
prova del teorema di Mozzi.
Osservazione sul fatto che l'asse di Mozzi è un attributo dell'atto di moto rigido e varia perciò durante il moto.

15.3 Moti rigidi piani
Definizione, piano fisso del moto (π);
verifica che le velocità dei punti partecipi del moto rigido piano sono sempre parallele a π;
prova che il vettore velocità angolare istantanea è necessariamente ortogonale al piano π;
prova che l'asse istantaneo di moto è sempre un asse istantaneo di rotazione;
teorema di classificazione degli atti di moto rigido piano (tali atti di moto sono o traslatori o rotatori, mai elicoidali in senso stretto);
centro di rotazione istantanea;
calcolo del centro di rotazione istantanea per un atto di moto rigido piano a velocità angolare istantanea non nulla, metodo algebrico e metodo geometrico. Esempi notevoli di illustrazione dei metodi.
Osservazione sul fatto che il centro di rotazione istantanea è un attributo dell'atto di moto rigido e varia perciò durante il moto.

lun 06.12.2010 (3 ore) 10:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3
16. SISTEMI RIGIDI DI PUNTI MATERIALI
Sistemi rigidi di punti materiali:
definizione,
spazio solidale al sistema, terne solidali al sistema, velocità angolare del sistema;
definizione di sistema rigido con un punto fisso, con asse fisso e libero;
osservazione sul fatto che il baricentro di un sistema rigido di punti materiali appartiene sempre al relativo spazio solidale; conseguente possibilità che il punto fisso sia il baricentro.

Espressione del momento angolare in O di un sistema rigido con punto fisso O.
Espressione dell'energia cinetica per un sistema rigido con punto fisso O.
Forma matriciale delle relazioni per il momento angolare in **O** e per l'energia cinetica di un sistema rigido con punto fisso **O**.

Introduzione generale alla dinamica rigida: le equazioni cardinali della dinamica, convenientemente riscritte e sotto le appropriate ipotesi supplementari, come equazioni del moto.
Equazioni cardinali della dinamica rigida.
Teorema dell'energia cinetica per un sistema rigido, forma particolare assunta dalla potenza delle sollecitazioni applicate ai punti del sistema.

16.1 Sistema rigido con punto fisso privo di attrito
Moto del sistema come moto di trascinamento di una terna solidale rispetto alla terna fissa.
Angoli di Eulero:
definizione,
biunivocità della corrispondenza fra le configurazioni della terna solidale rispetto alla terna fissa e le terne di valori degli angoli euleriani (intervalli di definizione degli angoli di Eulero);

calcolo dei coseni direttori della terna solidale rispetto alla terna fissa e della matrice di trasformazione delle coordinate fra terna solidale e terna fissa, in termini degli angoli di Eulero;
rappresentazione della configurazione del sistema rigido in termini degli angoli di Eulero, rappresentazione dei moti regolari in termini degli angoli euleriani come funzioni C^2 in un intervallo di tempo I.

Condizione di punto fisso "privo di attrito": condizione formale, osservazioni ed esempi illustrativi; l'equazione cardinale del momento angolare, nel punto fisso, come equazione pura del moto.

Osservazioni sull'opportunità di utilizzare terne solidali al sistema rigido per il calcolo delle matrici d'inerzia.

Equazioni di Eulero per un corpo rigido con un punto fisso privo di attrito.

"Incompletezza" delle equazioni di Eulero.
Espressione della velocità angolare istantanea del sistema rigido in termini degli angoli di Eulero e delle loro derivate prime rispetto al tempo;
componenti della velocità angolare istantanea nella terna solidale (cenno).
Chiusura delle equazioni di Eulero, riduzione alla forma normale del primo ordine, assegnazione delle condizioni iniziali, esistenza e unicità della soluzione massimale del problema di Cauchy.

Statica del corpo rigido con punto fisso privo di attrito: definizione di equilibrio, caratterizzazione degli equilibri (seconda equazione cardinale della statica nel punto fisso).

mar 07.12.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
16.2 Sistema rigido libero
Problema del moto per un sistema rigido libero (coordinate utilizzate per scrivere le equazioni del moto, equazioni cardinali come equazioni del moto, natura delle equazioni del moto, problema di Cauchy e statica).

16.3 Sistema rigido con asse fisso privo di attrito
Equazione del moto di un sistema rigido con asse fisso privo di attrito.
Statica di un sistema rigido con asse fisso privo di attrito.
Terna solidale, energia cinetica e momento angolare di un corpo rigido con asse fisso.
Cimenti dinamici ed equilibratura statica e dinamica di un sistema rigido con asse fisso privo di attrito (trattazione nel caso le forze attive esterne siano trascurabili).

gio 09.12.2010 (1 ora) 13:30-14:30 A106 Registrato su ESSE3
Osservazione sul significato fisico dell'aver identificato le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica (per un sistema rigido libero): nozione di corpo rigido perfetto.

17. SISTEMI VINCOLATI
Definizione di vincolo, nella forma f(t,P,Ppunto) gt 0. Vincolo dipendente e indipendente dal tempo, unilaterale e bilaterale, olonomo e anolonomo. Sistemi vincolati: a vincoli indipendenti dal tempo, olonomi, bilaterali. Esempi illustrativi (pendolo con filo, vincolo di puro rotolamento di un corpo rigido su una superficie fissa, moto dei veicoli su ruote come illustrazione intuitiva dei vincoli anolonomi).
Sistemi olonomi a vincoli bilaterali, definizione formale: configurazione, parametrizzazione C^2 con matrice jacobiana di rango massimo, parametri lagrangiani, numero di gradi di libertà.
Definizione di sistema reonomo e scleronomo.

gio 09.12.2010 (2 ore) 14:30-16:30 A106 Da non registrare su ESSE3
Lezione svolta da Alberto Meroni.
Esercizi su potenziali ed equilibri ordinari nei sistemi scleronomi a uno e due gradi di libertà.

ven 10.12.2010 (2 ore) 10:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
Esempi di sistemi olonomi, con computo del relativo numero di gradi di libertà e individuazione di una scelta naturale dei parametri lagrangiani (punto su una curva, punto su una superficie, corpo rigido libero, con asse fisso, con asse solidale scorrevole su una retta fissa, con punto fisso, con punto vincolato ad una curva o ad una superficie).

17.1 Introduzione descrittiva alla teoria dei sistemi olonomi a vincoli ideali bilaterali
(N.B.: Scopo di questa trattazione è fornire una conoscenza operativa delle equazioni di Lagrange, degli equilibri e delle relative proprietà di stabilità. Per le sezioni (1) e (4) le dimostrazioni di interesse sono rinviate alla parte finale del corso.)
(1) Le equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi a vincoli ideali (la nozione di vincolo ideale viene posposta, sottolineandone però la necessità nella deduzione delle equazioni del moto):
energia cinetica del sistema, espressione dell'atto di moto, velocità generalizzate,
convenzione sulla indipendenza di tempo, parametri lagrangiani e velocità generalizzate,
esempio illustrativo ($T=1/2\ a(q)\ \text{qpunto}^2$),
forma matematica generale del binomio di Lagrange,
componenti lagrangiane (o generalizzate) delle sollecitazioni e loro forma matematica generale,
equazioni di Lagrange come sistema di equazioni differenziali del secondo ordine in q,
forma normale del secondo ordine,
forma normale equivalente del primo ordine,
problema di Cauchy, significato fisico delle condizioni iniziali,
determinismo della meccanica classica (nella formulazione lagrangiana).

(2) Calcolo dell'energia cinetica di un sistema:
additività della definizione,
energia cinetica dei punti,
energia cinetica delle parti rigide (secondo la presenza o meno di punti fissi).

(3) Calcolo delle forze generalizzate:
additività delle forze generalizzate, linearità rispetto alle forze attive;
Esempi di forze generalizzate, riconoscibili come forze posizionali conservative nei sistemi scleronomi mediante il calcolo diretto dei relativi potenziali:
forze peso,
interazioni elastiche,
forze centrifughe.

lun 13.12.2010 (2 ore) 10:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3
Lagrangiana,
forma delle equazioni di Lagrange in presenza di sollecitazioni posizionali conservative,
caso puramente posizionale conservativo.

(4) Equilibri dei sistemi scleronomi a vincoli bilaterali ideali e stabilità degli stessi:
soluzioni statiche delle equazioni di Lagrange,
caratterizzazione degli equilibri nel caso posizionale conservativo come punti critici del potenziale,
il pendolo semplice come esempio introduttivo alla stabilità/instabilità degli equilibri,
definizione di equilibrio stabile secondo Liapunov
(ovvero della corrispondente soluzione statica delle equazioni di Lagrange),

definizione di equilibrio instabile secondo Liapunov
(ovvero della corrispondente soluzione statica delle equazioni di Lagrange),
teorema di Lagrange-Dirichlet nel caso posizionale conservativo,
teorema di inversione parziale di Lagrange-Dirichlet.

Significato dei teoremi di Lagrange-Dirichlet e di inversione parziale:
approssimazione di Taylor al secondo ordine per funzioni reali di più variabili reali, matrice hessiana del potenziale nella configurazione di equilibrio e relativa forma quadratica associata, simmetria della matrice hessiana per potenziali C^2;
carattere reale degli autovalori dell'hessiana come conseguenza della simmetria;
nozione di matrice (hessiana) simmetrica definita positiva/negativa, indefinita, semidefinita positiva/negativa in termini della forma quadratica associata;
nozioni equivalenti in termini di autovalori della matrice hessiana;
verifica che nel caso di hessiana definita positiva, semidefinita positiva, indefinita, l'equilibrio è instabile per il teorema di inversione parziale di Lagrange-Dirichlet e che, nelle stesse condizioni, l'equilibrio non è un massimo relativo proprio del potenziale (i teoremi di Lagrange-Dirichlet e di inversione parziale sono mutuamente esclusivi);
verifica che per hessiana definita negativa l'equilibrio è un massimo relativo proprio del potenziale, stabile per Lagrange-Dirichlet;
verifica che se l'hessiana è solo semidefinita negativa l'equilibrio può essere o meno un massimo relativo proprio del potenziale (il termine di resto diventa determinante lungo gli autovettori associati all'autovalore 0 della matrice hessiana),
casi nei quali l'equilibrio è effettivamente un massimo (difficilmente riconoscibile, ma comunque stabile per Lagrange-Dirichlet),
casi critici (nei quali l'equilibrio non è un massimo relativo proprio del potenziale e l'hessiana risulta soltanto semidefinita negativa, per cui non sono applicabili né Lagrange-Dirichlet, né la relativa inversione parziale);
giustificazione della denominazione del teorema di inversione "parziale" di Lagrange-Dirichlet (i teoremi di Lagrange-Dirichlet e di inversione parziale non sono esaustivi della totalità dei casi possibili, per via dei casi critici);
impossibilità di una inversione completa del teorema di Lagrange-Dirichlet.

Caratterizzazione delle matrici simmetriche definite positive/negative in termini del criterio di Jacobi delle matrici Nord-Ovest (o teorema di Sylvester).
Applicazione dei teoremi di Lagrange-Dirichlet e di inversione parziale nel caso di sistemi scleronomi a uno e due gradi di libertà (metodo del determinante e della traccia).

lun 13.12.2010 (1 ora) 12:30-13:30 A104 Registrato su ESSE3
Lezione svolta da Stefano Siboni
Esercizio sulla determinazione degli equilibri e delle relative proprietà di stabilità in un sistema scleronomo a 2 g.d.l. a vincoli bilateriali ideali, in presenza di sollecitazioni posizionali e conservative (gravitazionali ed elastiche).

mar 14.12.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
17.2 Derivazione delle equazioni di Lagrange e loro riduzione a forma normale
Per un istante assegnato t' ed una configurazione assegnata P'=P(t',q') compatibile con i vincoli olonomi a tale istante, definizione di

- moto possibile
- moto virtuale
- atto di moto possibile (e velocità possibile)
- atto di moto virtuale (e velocità virtuale)

relativi alla coppia (t',P'), in termini della parametrizzazione P(t,q) del sistema olonomo, mediante l'introduzione di una funzione q(t) tale che:

- q(t) sia definita in [t',t'+ε), con ε>0,

- $q(t')=q'$,
- $q(t)$ assuma valori consentiti ai parametri lagrangiani per ogni t in $[t',t'+\varepsilon)$
- $q(t)$ sia C^2 in $[t',t'+\varepsilon)$.

Illustrazione della differenza fra moto possibile e virtuale nel caso di un punto vincolato a rimanere su una curva mobile (es. circonferenza di raggio variabile con centro e giacitura fissi).
Coincidenza fra moti possibili e virtuali nel caso scleronomo.
Espressione esplicita dell'atto di moto possibile e dell'atto di moto virtuale in termini della parametrizzazione $P(t,q)$ del sistema olonomo.
Atti di moto virtuali invertibili e non invertibili.
Invertibilità degli atti di moto virtuali nel caso di un sistema olonomo a vincoli bilaterali, accertata usando $q(t)=q' +(t-t')a$, con $a=(\alpha_1, \alpha_2,\dots \alpha_n)$ vettore fissato a piacere.

Postulato delle reazioni vincolari.
Principio delle reazioni vincolari e sistemi a vincoli ideali.
Invertibilità degli atti di moto virtuali nel caso di un sistema olonomo a vincoli bilaterali, forma particolare assunta dal principio delle reazioni vincolari.
Esempi di sistemi a vincoli ideali:
punto materiale su una curva liscia,
punto materiale su una superficie liscia,
corpo rigido libero,
corpo rigido con punto fisso privo di attrito,
corpo rigido con asse fisso privo di attrito.

Moti naturali di un sistema olonomo a vincoli ideali.
Caratterizzazione dei moti naturali per mezzo dell'equazione simbolica della dinamica.
Equazione simbolica della dinamica in forma lagrangiana.
Equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi a vincoli bilaterali,
componenti lagrangiane o generalizzate delle sollecitazioni attive.

gio 16.12.2010 (1 ora) 13:30-14:30 A106 Registrato su ESSE3
Energia cinetica di un sistema olonomo a n gradi di libertà e riscrittura equivalente delle equazioni di Lagrange. Osservazione sulla opportunità di tale riscrittura nel caso di sistemi costituiti da un numero finito di punti materiali e di parti rigide.
Struttura dell'energia cinetica di un sistema olonomo a n gradi di libertà, termine quadratico, lineare e costante nelle velocità generalizzate. Prova che i coefficienti di tali termini sono funzioni C^1 delle variabili (t,q). Prova che i coefficienti del termine quadratico sono simmetrici per lo scambio degli indici.
Struttura delle equazioni di Lagrange, con evidenziati i termini di accelerazione generalizzata, forma matriciale equivalente. Prova che la matrice dei coefficienti_del termine quadratico è invertibile. Conseguente riducibilità alla forma normale del primo ordine delle equazioni di Lagrange.

gio 16.12.2010 (2 ore) 14:30-16:30 A106 Registrato su ESSE3
Lezione svolta da Stefano Siboni.
Esercizi su calcolo degli equilibri, analisi delle relative proprietà di stabilità, calcolo dell'energia cinetica, del momento angolare, della quantità di moto e delle equazioni di Lagrange per sistemi scleronomi a vincoli bilaterali ideali, a uno o due gradi di libertà, soggetti a forze gravitazionali, elastiche e centrifughe.

ven 17.12.2010 (1 ora) 10:30-11:30 A104 Registrato su ESSE3

17.3 Sistemi olonomi a vincoli unilaterali ideali

(sinteticamente, mettendo in luce le differenza rispetto al caso bilaterale)

Sistemi olonomi a vincoli unilaterali (dominio della parametrizzazione non aperto). Configurazioni ordinarie e di confine. Conseguenze sulla espressione dei moti e delle velocità virtuali. Velocità virtuali non invertibili (in corrispondenza delle configurazioni di confine).

Forma generale del principio delle reazioni vincolari (richiamo).

Esempi:

sistemi a un g.d.l., il cui unico parametro lagrangiano varia in un intervallo limitato e chiuso (punto vincolato a una curva mobile completa degli estremi, corpo rigido con asse fisso in presenza di ostacoli lungo la sua corsa);

sistemi a due g.d.l. in cui i parametri lagrangiani variano in un rettangolo chiuso o una striscia (punto vincolato a una superficie mobile completa del suo contorno).

Moti naturali di un sistema a vincoli ideali unilaterali e loro caratterizzazione per mezzo della relazione simbolica della dinamica, in luogo dell'equazione simbolica della dinamica.

Forma generalizzata (o lagrangiana) della relazione simbolica della dinamica,

impossibilità di dedurre le equazioni di Lagrange per moti naturali generali.

Validità delle equazioni di Lagrange nel caratterizzare i moti naturali che coinvolgono esclusivamente configurazioni ordinarie del sistema.

Descrizione dei moti naturali alle configurazioni di confine mediante argomenti di tipo fisico (urti elastici ed anelastici).

ven 17.12.2010 (1 ora) 11:30-12:30 A104 Registrato su ESSE3

Lezione svolta da Stefano Siboni.

Esercizio su calcolo degli equilibri, analisi delle relative proprietà di stabilità, calcolo dell'energia cinetica, delle equazioni di Lagrange per un sistema scleronomo a vincoli bilaterali ideali, a due gradi di libertà, soggetto a forze gravitazionali ed elastiche.

lun 20.12.2010 (1 ora) 8:30-9:30 A106 Registrato su ESSE3

Lezione anticipata di due ore per impegni del docente.

17.4 Statica dei sistemi scleronomi

Definizione generale di quiete di un sistema olonomo a n gradi di libertà (e vincoli bilaterali o unilaterali), come moto possibile;

osservazione sul fatto che in un sistema reonomo non è ovvia l'esistenza di stati di quiete, semplici esempi illustrativi (punto su circonferenza mobile, con o senza posizioni fisse, asta con punto fisso vincolata a restare su un piano rotante);

osservazione sul fatto che in un sistema scleronomo ogni stato di quiete P_0 si ottiene assegnando valori costanti q_0 delle coordinate lagrangiane nella parametrizzazione del sistema, $P=P(q_0)= P_0$.

Definizione generale di configurazione di equilibrio di un sistema a vincoli ideali olonomi e unilaterali (configurazione P_0 per la quale la quiete in P_0 risulta un moto naturale del sistema).

Caratterizzazione degli equilibri di un sistema sclerolonomo a n gradi di libertà, a vincoli unilaterali ideali per mezzo del teorema dei lavori virtuali.

Commento sulla denominazione del teorema: uso equivalente degli spostamenti virtuali e del lavoro virtuale in luogo delle velocità virtuali e della potenza virtuale.

Forma lagrangiana equivalente del teorema dei lavori virtuali.

(i) Caso delle configurazioni ordinarie:

l'annullarsi di tutte le componenti lagrangiane $Q_h(t,q_0,0)$ per h=1,…,n e a tutti i tempi t reali, come condizione necessaria e sufficiente perchè $P(q_0)$ sia una configurazione di equilibrio;

verifica che il sussistere in $P(q_0)$ di una configurazione di equilibrio equivale all'essere $q(t)= q_0$, per ogni t reale, soluzione (statica) delle equazioni di Lagrange;
caso particolare dei sistemi soggetti a sole sollecitazioni posizionali e conservative, le configurazioni di equilibrio ordinarie come punti critici del potenziale U.

(ii) Caso delle configurazioni di confine:
illustrazione del teorema dei lavori virtuali in forma lagrangiana negli esempi già esaminati (esempi a uno e due gradi di libertà, con dominio di parametrizzazione dato da un intervallo, una striscia o un rettangolo chiusi).

lun 20.12.2010 (2 ore) 9:30-11:30 A106 Registrato su ESSE3
Lezione anticipata di due ore per impegni del docente.
Lezione svolta da Stefano Siboni
Esercizi su calcolo degli equilibri, analisi delle relative proprietà di stabilità, calcolo dell'energia cinetica, delle equazioni di Lagrange e degli equilibri di confine per sistemi scleronomi a vincoli unilaterali ideali, a uno o due gradi di libertà, soggetti a forze gravitazionali, elastiche e centrifughe.

mar 14.12.2010 (2 ore) 8:30-10:30 A104 Registrato su ESSE3
Lezione svolta da Stefano Siboni
Esercizi su calcolo degli equilibri, analisi delle relative proprietà di stabilità, calcolo dell'energia cinetica, delle equazioni di Lagrange e degli equilibri di confine per sistemi scleronomi a vincoli unilaterali ideali, a uno o due gradi di libertà, soggetti a forze gravitazionali, elastiche e centrifughe.

Ore di teoria	svolte:	44
Ore di esercitazioni	svolte:	10+9
Totale ore	svolte:	54+9

ORARIO LEZIONI:
lun 10:30-13:30 A104 3 ore
mar 8:30-10:30 A104 2 ore
gio 13:30-16:30 A106 3 ore
ven 10:30-12:30 A104 2 ore